

ДОПРИНОС ЖОРЖА ЛЕМЕТРА ТЕОРИЈИ ВЕЛИКОГ ПРАСКА

НЕНАД Ђ. ЛАЗАРОВ и ВИОЛЕТА Н. НИКОЛИЋ

*Универзитет у Београду, Институт за Нуклеарне Наука “Винча” —
Институт од националног значаја за Републику Србију, Лабораторија за
теоријску физику и физику кондензоване материје,
Мике Петровића Аласа 12-14, 11 001 Београд
E-mail: lazarov@vinca.rs*

Резиме: Рад се бави учешћем Жоржа Леметра у теорији великог праска. Његов допринос се огледа у теорији ширења свемира, теорији великог праска и увођењу Леметрових координата. Предложио је теоретске основе свемира који се шири што је потврдио Едвин Хабл. Имао је значајно учешће у формирању Хабловог закона и први је предложио вредност Хаблове константе. Он је такође предложио модел свемира који је назвао хипотеза исконског атома или Космичко јаје.

Кључне речи: Велики прасак, Жорж Леметр, Леметрове координате

1. КРАТКА БИОГРАФИЈА ЖОРЖА ЛЕМЕТРА¹

Жорж Леметр је био белгијски католички свештеник, астроном и професор физике на Католичком Универзитету у Левену. Леметр је већ са десет година одлучио да се бави и религијом и науком тј. да постане свештено лице и научник. Како он сам каже: Интересовала ме је истина са становиштва људског спасења, а такође и истина са становишта научне тачности. Са 17 година након језуитске средње школе почиње да студира на Католичком Универзитету у Левену 1914 године. На почетку Првог светског рата постаје артиљеријски официр, да би рат завршио са одликовањем, Војним крстом, за своје заслуге за време рата. По повратку из рата наставио је студије математике и физике на Универзитету у Левену. Године 1920 се бави Апроксимацијом функција више реалних променљивих под менторством Шарла Пулсена. Леметр је 1923. постао католички свештеник. Наредних неколико година проводи у иностранству на усавршавању на Универзитету у Кембриџу затим на Сент Едмунд колеџу да би 1927.

¹ *Жорж Леметр*, Википедија

одбранио докторат на Техничком институт у Масачусетсу под називом „Гравитационо поље у сфери флуида непроменљиве густине према теорији релативности“. Добио је звање доктора наука, те је стекао звање редовног професора на Универзитету у Левену. Тек 1930 године астроном Артур Едингтон је проучавајући рад Леметра дошао до закључка да је Леметр не само превидео удаљавање галаксија, што је Едвин Хабл урадио две године после њега, већ је својим решењем премостио јаз између посматрања и теорије. На састанку Британског Удружења Астронома, Леметр износи идеју о ширењу космоса које почиње из почетног сингуларитета у исконском приморадијалном атому. Он је своју теорију описао као космичко јаје које експлодира у моменту креације и она је касније названа теоријом Великог Праска. Добио је 1934. године Франки награду, најпрестижнију научну награду Белгије, затим је одликован од стране белгијске владе 1950. године за деценијски рад између 1933. и 1942. године. Године 1936. Леметр добија награду Жил Жансен највишу награду астрономског друштва Француске. Изабран је за члана Папске академије наука 1936. године. Ту је преузео врло активну улогу, а и сам постао њен председник 1960. године и на тој функцији остао до своје смрти 1966. године. Леметр је 1941. године изабран за члана Белгијске краљевске академије наука и уметности. Године 1946. је објавио књигу *Хипотеза исконског атома*. Добио је Едингтонову медаљу 1953. године, награду коју додељује Краљевско астрономско друштво из Лондона. Био је номинован за бискупа 1960. године од стране Папе Јована 23.

2. ЛЕМЕТР КООРДИНАТЕ²

Леметр координте су посебан скуп координата за Шварцшилдову метрику, тј. Сферно симетрично решење Ајнштајнових једначина поља у вакууму, уведених од стране Жоржа Леметра 1932 године. Преласком са Шварцшилдових координата на Леметр координате уклања се координатни сингуларитет за вредност Шварцшилдовога радијуса.

Оригинални израз за Шварцшилдову метрику је дат следећим изразом:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_s}{r}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Овде је ds^2 временско просторни интервал, r , θ , φ су сферне координате, r_s је Шварцшилдов радијус, док се узима природни систем координата где је ($c=G=1$) Ова метрика има сингуларитет у Шварцшилдовом радијусу. Леметр је био први који је показао да то није реалан физички сингуларитет, али је једноставна чињеница да статичке Шварцшилдове координате се не могу реализовати са материјалним телима унутар Шварцшилдовога радијуса.

² *Lemaitre coordinates*, Wikipedia.

Заиста унутар Шварцшилдовога радијуса све пада ка центру, те је немогуће за физичко тело да очува константни радијус. Трансформацијом Шварцшилдовога координатног система $\{\mathbf{t}, \mathbf{r}\}$ у нове координате $\{\tau, \rho\}$

$$d\tau = dt + \sqrt{\frac{r_s}{r}} \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr$$

$$d\rho = dt + \sqrt{\frac{r}{r_s}} \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr$$

доводи нас до Леметр метрике

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{r_s}{r} d\rho^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

где је $r = \left[\frac{3}{2}(\rho - \tau)\right]^{\frac{2}{3}} r_s^{\frac{1}{3}}$.

Трајекторије са константним ρ су временске геодезије са τ сопствено време дуж тих геодезија. Оне представљају кретање слободно падајућих честица који почињу са нултом брзином у бесконачности. У Леметровим координатама нема сингуларитета у Шварцшилдовом радијусу који одговара следећој тачки

$$r_s = \frac{3}{2}(\rho - \tau)$$

Међутим остаје стварни гравитациони сингуларитет у центру, где је $\rho - \tau = 0$, који не може бити поништен променама координата. Леметров координатни систем је синхронизован тако да глобална временска координата метрике дефинише сопствено време долазећих посматрача. Дуж путање радијаланог светлосног зрака,

$$dr = \left(\pm 1 - \sqrt{\frac{r_s}{r}}\right) d\tau,$$

ниједан сигнал не може да побегне из унутрашњости Шварцшилдовога радијуса, где је увек $dr < 0$ и светлосни зрак се емитује радијално према унутра и споља при чему оба завршавају у почетку.

3. ЛЕМЕТР ТОЛМАН МЕТРИКА³

Леметр Толман метрика је решење Ајнштајнових једначина поља сферно симетричне површине. Ову метрику је прво нашао Жорж Леметр 1933. године а Ричард Толман 1934. године док је касније проучавана од стране Хермана Бондија 1947. године. Решење описује сферни облак прашине коначан или бесконачан који се шири или колапсира под дејством гравитације. Ова метрика је позната као Леметр Толман Бонди метрика или Толман метрика.

Метрика је:

$$ds^2 = dt^2 - \frac{\left(\frac{\partial R}{\partial r}\right)^2}{1 + 2E} dr^2 - R^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

где је $R = R(r, t)$ и $E = E(r) > \frac{-1}{2}$. Материја се креће те је четворовектор брзине дат следећим изразом:

$u^a = \delta_0^a = (1, 0, 0, 0)$, док су сферне координате придружене скупини честица прашине. Пошто се ради о прашици притисак је нула, док је густина дата следећом једначином:

$$8\pi\rho = \frac{2M'}{R^2R}$$

Једначина еволуције је дата следећим изразом

$$\left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)^2 = \frac{2M(r)}{R} + 2E(r)$$

која се може представити као Њутнова једначина за енергију, где је E укупна енергија јединичне масе.

Једначина еволуције има три решења:

$$E > 0; R = \frac{M}{2E} [\cosh(\eta) - 1], [\sinh(\eta) - \eta] = \frac{2E^{\frac{3}{2}}(t - t_B)}{M};$$

$$E = 0; R = \left(\frac{9M}{2} [t - t_B]^2\right)^{1/3};$$

$$E < 0; R = \frac{M}{2|E|} [1 - \cos(\eta)], [-\sin(\eta) + \eta] = \frac{2E^{\frac{3}{2}}(t - t_B)}{M};$$

која су позната као хиперболична, параболична и елиптичка еволуција респективно. Значење ове три произвољне функције, које зависе од r су:

³ *Lemaitre Tolman metric*, Wikipedia; Bondi (1947); Xiao-Peng Yan, De-Zi Liu, Hao Wei (2015).

$E(r)$ -је локални геометријски параметар и енергија по јединици масе честица прашине које се крећу дуж координатног радијуса r .

$M(r)$ -гравитациона маса унутар покретне сфере радијуса r .

$t_B(r)$ -време великог праска за светске линије у тачки r .

4. ФРИДМАН РОБЕРТСОН ЛЕМЕТР ВОКЕР МЕТРИКА (FRLW МЕТРИКА и ФРИДМАНОВЕ ЈЕДНАЧИНЕ)⁴

Растојање у хомогеном и изотропном простор времену динамичког космоса се изражава Фридман Леметр Робертсон Вокер метриком (Alexander Friedmann, Georges Lemaitre, Howard P. Robertson and Arthur Geoffrey Walker).

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2) \right]$$

где је $a(t)$ космички фактор скалирања који зависи од времена и описује еволуцију васионе као и однос између две тачке у васиони. Константа k описује закривљеност простора. FRLW метрика описује изотропни космос. Као што се може видети не постоје чланови који су мешани тј. садрже и временске и просторне координате, тако да не постоји привилегован правац. Пошто је метрика сферно симетрична описује хомоген космос. У садашње време $a(t)$ се дефинише као 1. Ради једноставности ставићемо да је $a(t) \equiv a$. Ако је $k = 0$ и $a^2(t) = 1$ имамо обичну еуклидску метрику у сферним координатама, ако је $k > 0$ имамо затворен космос (запремински интеграл конвергира), ако је $k < 0$ имамо отворен космос (запремински интеграл дивергира).

Из FRLW метрик добијамо елементе метричког тензора који описује динамички космос. Када знамо елементе метричког тензора и тензора енергије и импулса можемо да напишемо Ајнштајнове једначине поља, коју су добили и Фридман и Леметр независно један од другог, и које се називају Фридманове једначине.

Прва и друга Фридманова једначина:

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{-kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} + \frac{8\pi G\rho}{3}$$

$$\frac{\dot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + 3\frac{p}{c^2} \right) + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

⁴ FRLW metric and Friedmann equations, Wikipedia; Friedmann (1922, 1999).

5. АЈНШТАЈН ЛЕМЕТР ДИСКУСИЈА (1932-1934)

Ајнштајн је разматрао хипотезу о приморадијалном атому која по њему почива на Хришћанској догми креације и у потпуности не одговара физичком начину размишљања. Ајнштајн је одбацио космолошку константу, рекавши да је то његова највећа заблуда, док је Леметр рекао да је то Ајнштајново највеће откриће. Ајнштајн је подржао Леметра за Франки награду (1934).

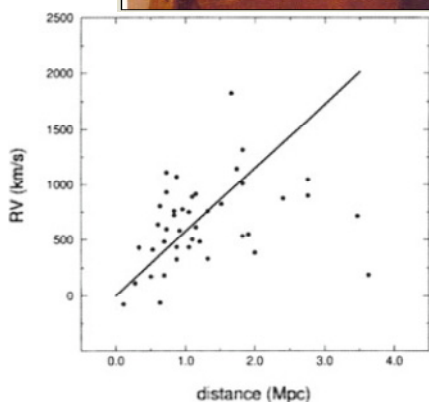
6. ХАБЛ ЛЕМЕТРОВ ЗАКОН⁵

Међународна астрономска унија је 2018 у Бечу донела резолуцију којом се препоручује измена назива Хабловог закона у Хабл Леметров закон. Тиме би се одало признање не само Хаблу, већ и Леметру за њихов темељни допринос развоју космологије.

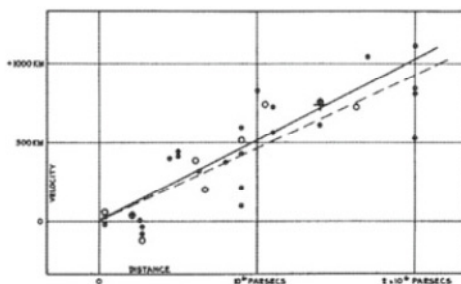
Жорж Леметр



Едвин Хабл



Леметр 1927, $H=575\text{km/s/Mpc}$



Хабл 1929, $H=530\text{km/s/Mpc}$

⁵ Luminet (2013).

На овим графицима је показана зависност брзине удаљавања галаксија од њихове удаљености од посматрача (НАСА), тј. важења закона $v=Hr$. $Mpc=3,0857 \times 10^{22} m$. Закон гласи брзина удаљавање галаксије од нас је пропорционална удаљености те галаксије од нас. Што је галаксија даља од нас брзина удаљавања је већа. Овај закон ширења свемира је добио назив Хаблов закон, а од августа 2018 носи назив Хабл Леметр закон.

7. КОСМОЛОШКИ МОДЕЛИ⁶

Ајнштајн је дао први космолошки модел 1917 године, а исте године де Ситер (de Sitter).

Ајнштајнов модел добијамо из Фридманових једначина ако узмемо да је:

Кривина $k = +1$

Материја $\rho = constanta$

Притисак $p = 0$

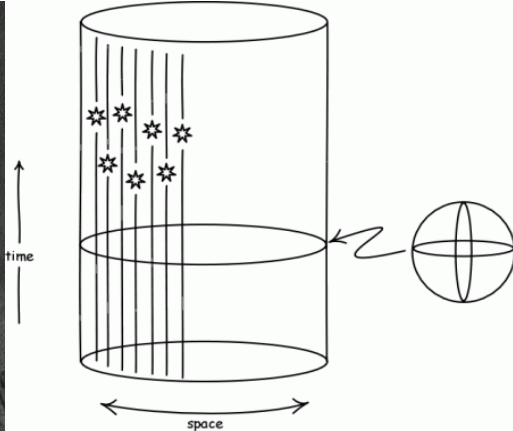
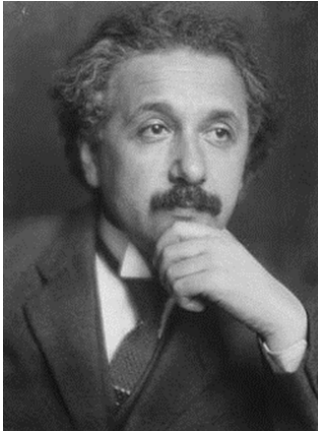
Статички модел $\dot{a} = \ddot{a} = 0$

Једначине добијају следећи облик:

$$0 = \frac{-c^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} + \frac{8\pi G\rho}{3}$$

$$0 = \frac{-4\pi G\rho}{3} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

$$\Lambda = \frac{4\pi G}{c^2} \rho = \frac{1}{a^2} = \frac{k_1 \rho}{2}, \text{ где је } k_1 = \frac{8\pi G}{c^2} \text{ Ајнштајнова константа}$$



Алберт Ајнштајн

⁶ Cosmological Models, The Rise of Big Bang Models (Static Solutions and Dinamical Solution of Friedmann), the blog of Jean Pierre Luminet, Observatoir de Paris (LUTH).

Ајнштајнов свемир изгледа попут цилиндра, на чијој површини се налазе звезде које одржавају константно растојање. Цилиндрична димензија је периодична. У неком тренутку t имамо просторни пресек који се јавља у облику круга, док би се тај круг у тродимензионалном простору репрезентовао као лопта.

Де Ситер модел добијамо из Фридманових једначина ако узмемо да је:

Кривина $k = +1$

Материја $\rho = 0$ празан простор

Статички модел $\dot{a} = \ddot{a} = 0$

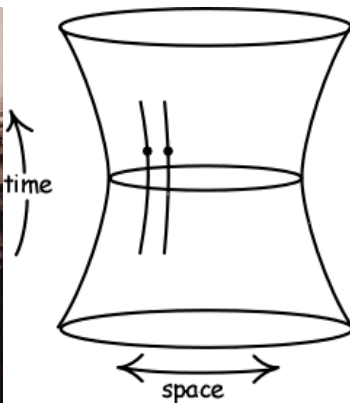
Једначине добијају следећи облик:

$$0 = \frac{-c^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

$$0 = \frac{-4\pi G}{3} \left(3 \frac{p}{c^2} \right) + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

$$\Lambda = \frac{3}{a^2}, p = \frac{2}{k_2 a^2}, \text{ где је } k_2 = \frac{8\pi G}{c^4} \text{ Ајнштајнова гравитациона константа}$$

У овом моделу космичка константа доводи до убрзаног одвајања од светске линије.



Вилем де Ситер (1872-1934)

У неком тренутку t имамо просторни пресек који се јавља у облику елипсе и простор је празан, тј. густина је нула. У одсуству материје и гравитације једино космолошка константа може да одреди кривину простора кроз релацију $\Lambda = 3/R^2$. Последица тога је, да и ако је простор статичан ($a = const$), просторно растојање између две пробне честице (звезда, галаксија) се временом повећава. Ово значи да космолошка константа утиче на простор, тј. генерише кретање без материје. За Ајнштајна је де Ситерово решење лепа

математичка игра, јер у космосу заиста постоји маса. Де Ситеров простор-време се шири мада нема материје у њему. Ово је последица космолошке константе.

Фридман је израчунао прва динамичка решења космолошких једначина 1922 године:

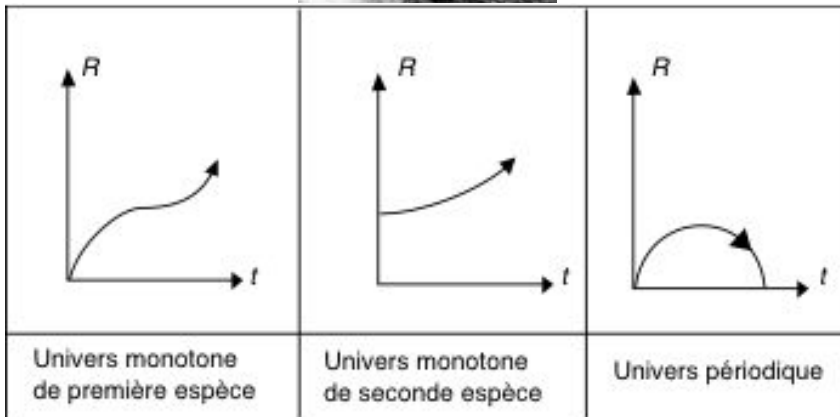
Кривина $k = +1$

Материја $\rho = \rho(t)$

Притисак $p = 0$

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{-c^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} + \frac{8\pi G\rho}{3}$$

$$\frac{\dot{a}}{a} = \frac{-4\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda c^2}{3}$$



Дата су три динамичка решења из Фридмановог рада 1922, која зависе од космолошке константе. Модел скроз десно се зове периодичан тј. модел ширења и скупљања космоса.

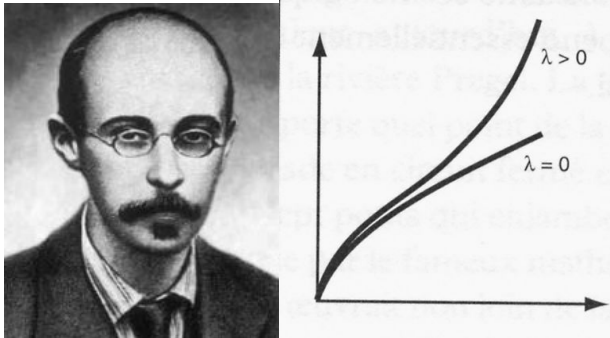
У свом раду из 1922. дао је могућност космоса са константном кривином, и да просторне координате зависе од времена. Предложио је простор са позитивном кривином (хиперсфера), густину материје која се мења са временом, и занемарио је космолошки садржај. Добио је добро познати модел затвореног космоса са динамиком ширења и скупљања. Фридман је такође израчунао решења са не нултом космолошком константом, али треба истаћи да је тај члан сувишан. Насупрот званичном мишљењу Фридманов рад није био чисто математички, али он је био почаствован да препозна да доступна астрономска посматрања не би могла да подрже његов модел, тј. наше информације су недовољне да се ураде нумеричка израчунавања и да се утврди какав је космос. Ако узмемо да је космолошка константа нула и да је соларна маса 5×10^{21} , временски период од настанка космоса постаје 10 милијарди година. Данашње процене су 14 милијарди година.

Фридман је израчунао динамичка решења космолошких једначина 1924 за негативну кривину:

Кривина
 Материја
 Притисак
 Космолошка константа $\Lambda = 0$ или $\Lambda > 0$

$$\begin{aligned} k &= -1 \\ \rho &= \rho(t) \\ p &= 0 \end{aligned}$$

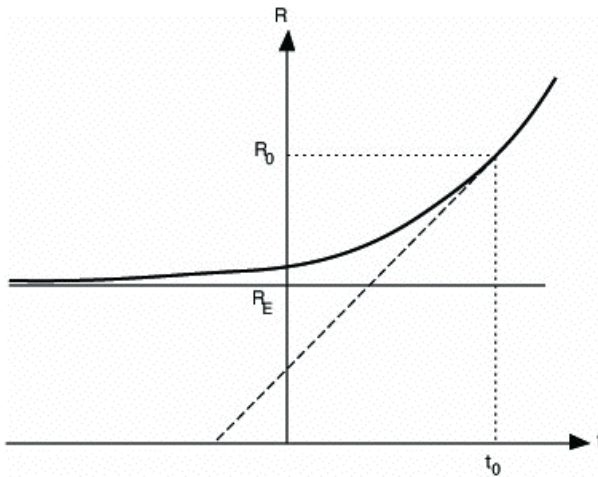
$$\begin{aligned} \frac{\dot{a}^2}{a^2} &= \frac{c^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} + \frac{8\pi G\rho}{3} \\ \frac{\dot{a}}{a} &= \frac{-4\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda c^2}{3} \end{aligned}$$



1924 је разматрао могућност постојања света са негативном константом кривине, густином која се мења са временом и израчунао отворени модел космоса тј, са динамиком вечитог ширења. На слици су приказане две криве једна је када је космолошка константа нула, а друга када је космолошка константа различита од нуле.

8. ЛЕМЕТР КОСМОЛОШКИ МОДЕЛ⁷

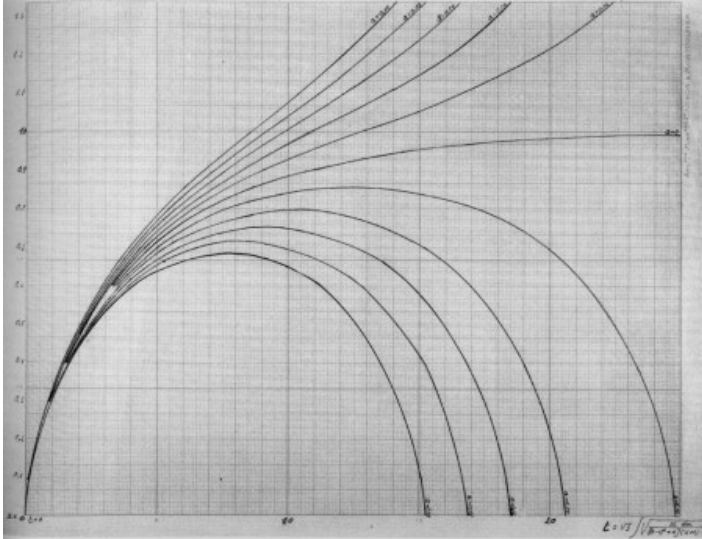
1927 Леметр је израчунао егзактно решење Ајнштајнових једначина под следећим условима, са позитивном кривином ($k=1$), густина и притисак зависе од времена и космолошка константа је различита од нуле, које је објавио у француском часопису *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*. Добио је модел са вечитим убрзаним ширењем у којем је узета вредност космолошке константе таква да се радијус хиперсфере $R(t)$ константно повећава од почетног радијуса Ајнштајнове статичне хиперсфере R_E у $t = -\infty$. У овом решењу није било сингуларитета у прошлости, нити старосног проблема (age problem). На основу овог решења дошло је до реинтерпретације црвеног помака, као последице ширења космоса, уместо реалног кретања галаксија, тј. космос се константно шири и као последицу има повећање растојања између галаксија. Ова идеја је најзначајније откриће 20 века.



Леметр универзални модел из 1927, касније назван Едингтон Леметр модел. Радијус R_E статичне Ајнштајнове хиперсфере се достиже у $t = -\infty$. Почетак космичког времена је произвољан, модел не поставља проблем старости.

Ајнштајнов коментар на рад је био да су рачуни исправни, али његов поглед на физику је одвратан. Леметар је на основу астрономских података установио линеарну зависност брзине удаљавања звезда од растојања до тих звезда.

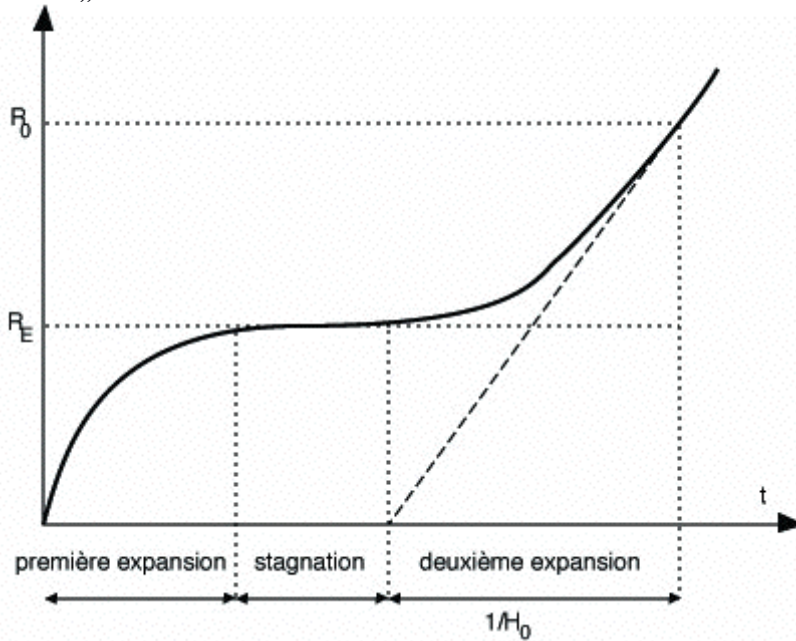
⁷ Lemaître Cosmological Models, The Rise of Big Bang Models Lemaître, the blog of Jean Pierre Luminet; Luminet (2013); Lemaître (2013); Luminet (2011).



Руком цртан график Леметра 1927 године али није публикован све до 1998 године. Приказује временску еволуцију радијуса универзума за различите вредности космолошке константе означене на слици као (a). Сви модели почињу у сингуларитету ($x = 0, t = 0$). За довољно велику космолошку константу, универзум постаје отворен. Већина касније добијених космолошких података је компатибилна са Леметровим решењенима позитивне кривине и убрзаног ширења (горње криве).

Исте године када је његов претходни рад почео да бива прихваћен од стране научне заједнице, Леметр је поставио следеће питање: Ако се свемир шири у садашњем трнутку, да ли би у прошлости могао да буде исте величине и густине као у садашњости. 1931. Леметр прави нови модел који подразумева следеће услове: позитивна кривина ($k=1$ елиптичка топологија), густина и притисак зависе од времена, и космолошка константа је таква да космос креће из сингуларитета. Универзум се прво шири, а затим пролази кроз фазу стагнације. За то време, радијус је једнак Ајнштајновом статичком радијусу, а затим почиње поново да се убрзано шири. Овај колебајући модел је решио проблем старости и условио довољно времена за формирање галаксија: „I am led to come around to a solution of the equation by Friedmann where the radius of space starts from zero with an infinite speed, slows and passes by the unstable equilibrium before expanding once again at accelerated speed. It is this period of slowing which seems to me to have played one of the most important roles in the formation of the galaxies and stars. It is obviously essentially connected to the cosmological constant „, Леметр је увео револуционарни концепт Праисконског Атома тј. у далекој прошлости универзум мора да је био кондензован у један ентитет који је сматран као квант чисте енергије. Он је поетски описао рађање свемира: „Праисконски атом се распао у делове, а сваки део у још мање делове. Еволуција света се

може упоредити са ватрометом који се управо завршио: неколико малих црвених праменова, пепео и дим. Стојећи на охлађеном пепелу, видимо споро изумирање сунаца и покушава да нас подсети на ишчезавајући сјај почетка света,,.



Леметр модел из 1931 ширења универзума са великим праском, фаза стагнације и фаза убрзаног ширења.

Литература

- Bondi, H.: 1947, Spherically Symmetrical Models in General Relativity, *MNRAS*, **107**, 410-425.
- Friedmann, A.: 1922, Über die Krümmung des Raumes, *Zeitschrift für Physik*, **10**, 377-386.
- Friedmann, A.: 1999, On the Possibility of a World with Constant Negative Curvature of Space, *General Relativity*, **31(12)**, 2001-2008, translated on english original work Friedmann, A.: 1924, Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes, *Zeitschrift für Physik*, **21**, 326-332.
- Lemaître, G.: 2013, Republication of: A homogeneous universe of constant mass and increasing radius accounting for the radial velocity of extra-galactic nebulae, *General Relativity and Gravitation*, **45**:1635–1646.
- Luminet, J. P.: 2011, Editorial note to: Georges Lemaître, The beginning of the world from the point of view of quantum theory, *General Relativity and Gravitation*, **43(10)**, 2911–2928.

- Luminet, J. P.: 2013, Editorial note to: Georges Lemaître, A homogeneous universe of constant mass and increasing radius accounting for the radial velocity of extra-galactic nebulae, *General Relativity and Gravitation*, **45**, 1619–1633.
- Xiao-Peng Yan, De-Zi Liu, Hao Wei: 2015, Age problem in Lemaître–Tolman–Bondi void models, *Physics Letters B*, **742**, 149-159.

THE CONTRIBUTION OF ABBE G. LEMAITRE TO THE BIG BANG THEORY

In this paper, we represented the participation of Abbe G. Lemaitre's in the Big Bang Theory. He took part in theory of the expansion of cosmos and made Lemaitre coordination system. He proposed the basic theoretical properties of the cosmos, which expands as predicted by Hubble's law. Also he determined theoretically and experimental form of the Hubble law and first proposed the value of Hubble constant. He proposed model of cosmos which called "the Hypothesis of Primordial Atom" and later called it "the Beginning of the World" or "the Cosmic Egg".

Key words: Big Bang, Georges Lemaître, Lemaitre coordinates