

**Зборник радова конференције
“Развој астрономије код Срба XI”
Београд, 18-22 април 2021,
уредник М. С. Димитријевић
Публ. Астр. друш. “Руђер Бошковић” бр. , 2021,**

ДОПРИНОС Abbe G. Lemaitre ТЕОРИЈИ ВЕЛИКОГ ПРАСКА

НЕНАД Ђ. ЛАЗАРОВ¹ и ВИОЛЕТА Н. НИКОЛИЋ¹

¹ *Универзитет у Београду, Институт Нуклеарних Наука "Винча"
— институт од националног значаја за Републику Србију,
Лабораторија за теоријску физику и физику кондензоване
материје, Мике Петровића Аласа 12-14, 11 001 Београд*

E-mail:lazarov@vinca.rs

Резиме: Рад се бави учешћем Жоржа Леметра у теорији великог праска. Његов допринос се огледа у теорији ширења свемира, теорији великог праска и увођењу Леметрових координата. Предложио је теоретске основе свемира који се шири што је потврдио Едвин Хабл. Имао је значајно учешће у формирању Хабловог закона и први је предложио вредност Хаблове константе. Он је такође предложио модел свемира који је назвао хипотеза исконског атома или Космичко јаје.

Кључне речи: велики прасак, Жорж Леметр, Леметрове координате

1. КРАТКА БИОГРАФИЈА ЖОРЖА ЛЕМЕТРА

Жорж Леметре је био белгијски католички свештеник, астроном и професор физике на Католичком Универзитету у Левену.

Са десет година се бави и религијом и науком тј. да постане свештено лице и научник,

Интересовала га је истина са становиштва људског спасења, а такође и истина са становишта научне тачности.

Почиње да студира на Католичком Универзитету у Левену 1914 године.

Био је артиљеријски официр, да би рат завршио са одликовањем Војним крстом за своје заслуге за време рата.

По повратку из рата наставио је студије математике и физике на Универзитету у Левену.

Леметар је 1923 постао католички свештеник.

Наредних неколико година проводи у иностранству на усавршавању на Универзитету у Кембриџу затим на Сент Едмунд колеџу и на крају брани докторат на Техничком институту у Масачусетсу.

1927 је одбранио докторску тезу под називом Гравитационо поље у сфери флуида непроменљиве густине према теорији релативности, те је стекао звање доктора наука и постао је редован професор на Универзитету у Левену.

Тек 1930 године астроном Артур Едингтон је проучавјући рад Леметра дошао до закључка да је Леметр не само превидео удаљавање галаксија, што је Едвин Хабл урадио две године после

њега, већ је својим решењем премостио јаз између посматрања и теорије.

На састанку Британског Удружења Леметр износи идеју о ширењу космоса које почиње из почетног сингуларитета исконском приморадијалном атому.

Он је своју теорију описао као космичко јаје које експлодира у моменту креације и она је касније названа теоријом Великог Праска.

Добио је 1934 године Франки награду, најпрестижнију научну награду Белгије, затим је одликован од стране белгијске владе 1950 године за деценијски рад између 1933 и 1942 године.

Године 1936 Леметр добија награду Жил Жилсен највишу награду астрономског друштва Француске. Изабран је за члана Папске академије наука 1936 године.

Ту је преузео врло активну улогу, а и сам постао њен председник 1960 године и на тој функцији остао до своје смрти 1966 године.

Леметр је 1941 године изабран за члана Белгијске краљевске академије наука и уметности. Године 1946 је објавио књигу Хипотеза исконског атома.

Добио је Едингтонову медаљу 1953 године награду коју додељује Краљевско астрономско друштво из Лондона.

Био је номинован за бискупа 1960 године од стране Папе Јована 23.

2. ЛЕМЕТР КООРДИНАТЕ

Леметр координате су посебан скуп координата за Шварцшилдову метрику ,тј. Сферно симетрично решење Ајнштајнових једначина поља у вакууму, уведених од стране Жоржа Леметра 1932 године.

Преласком са Шварцшилдових координата на Леметр координате уклања се координатни сингуларитет за вредност Шварцшилдовога радијуса.

Оригинални израз за Шварцшилдову метрику је дат следећим изразом:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_s}{r}\right) dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1 - \frac{r_s}{r}\right)} - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

Где је ds^2 временско просторни интервал, r , θ , φ су сферне координате, r_s је Шварцшилдов радијус, док се узима природни систем координата где је ($c=G=1$)

Ова метрика има сингуларитет у Шварцшилдовом радијусу.

Леметр је био први који је показао да то није реалан физички сингуларитет али је једноставна манифестација чињенице да статичке Шварцшилдове координате не могу се реализовати са материјалним телима унутар Шварцшилдовога радијуса.

Заиста унутар Шварцшилдовога радијуса све пада ка центру, те је немогуће за физичко тело да очува константни радијус.

Трансформација Шварцшилдовога координатног система t, r у нове координате τ, ρ .

$$d\tau = dt + \sqrt{\frac{r_s}{r}} \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr$$

$$d\rho = dt + \sqrt{\frac{r}{r_s}} \left(1 - \frac{r_s}{r}\right)^{-1} dr$$

што води ка Леметр координатној метрици

$$ds^2 = d\tau^2 - \frac{r_s}{r} d\rho^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

где је $r = \left[\frac{3}{2}(\rho - \tau)\right]^{\frac{2}{3}} r_s^{\frac{1}{3}}$

Трајекторије са константним ρ су временске геодезије са τ сопствено време дуж тих геодезија.

Оне представљају кретање слободно падајућих честица који почињу са нултом брзином у бесконачности.

У Леметровим координатама нема сингуларитета у Шварцшилдовом радијусу који одговара следећој тачки

$$r_s = \frac{3}{2}(\rho - \tau) = \frac{2GM}{c^2}$$

Међутим остаје стварни гравитациони сингуларитет у центру, где је $\rho - \tau = 0$, који не може бити поништен променама координата.

Леметров координатни систем је синхронизован тако да је глобална временска координата метрике дефинише сопствено време долазећих посматрача.

Дуж путање радијаланог светлосног зрака

$$dr = \left(\pm 1 - \sqrt{\frac{r_s}{r}} \right) d\tau,$$

дакле ниједан сигналне не може да побегне из унутрашњости Шварцшилдовога радијуса, где је увек $dr < 0$ и светлосни зрак који се емитује радијално према унутра и споља оба завршавају у почетку.

3. ЛЕМЕТР ТОЛМАН МЕТРИКА

Леметр Толман метрика је решење Ајнштајнових једначина поља сферно симетричне површине .

Ову метрику је прво нашао Жорж Леметр 1933 године и Ричард Толман 1934 године док је касније проучавана од стране Хермана Бондли 1947 године.

Решење описује сферни облак прашине коначан или бесконачан који се шири или колапсира под дејством гравитације.

Ова метрика је позната као Леметр Толман Бонди метрика или Толман метрика.

Метрика је:

$$ds^2 = dt^2 - \frac{\left(\frac{\partial R}{\partial r}\right)^2}{1 + 2E} dr^2 - R^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2)$$

где је $R = R(r, t)$ и $E = E(r) > -\frac{1}{2}$. Материја се креће те је четворовектор брзине дат следећим изразом :

$u^a = \delta_0^a = (1, 0, 0, 0)$ док су сферне координате придружене скупини честица прашине. Пошто се ради о прашини притисак је нула, док је густина дата следећом једначином:

$$8\pi\rho = \frac{2M'}{R^2R'}$$

Једначина еволуције је дата следећим изразом

$\left(\frac{\partial R}{\partial t}\right)^2 = \frac{2M(r)}{R} + 2E(r)$ која се може представити као Њутнова једначина за енергију, где E претставља укупну енергију јединичне масе.

Једначина еволуције има три решења:

$$E > 0; \quad R = \frac{M}{2E} [\cosh(\eta) - 1], \quad [\sinh(\eta) - \eta] = \frac{2E^{\frac{3}{2}}(t - t_B)}{M};$$

$$E = 0; \quad R = \left(\frac{9M}{2} [t - t_B]^2\right)^{1/3};$$

$$E < 0; \quad R = \frac{M}{2|E|} [1 - \cosh(\eta)], \quad [-\sinh(\eta) + \eta] = \frac{2E^{\frac{3}{2}}(t - t_B)}{M};$$

Која су позната као хиперболична, параболична и елиптичка еволуција респективно. Значење ове три произвољне функције, које зависе од r су:

$E(r)$ -је локални геометријски параметар и енергија по јединици масе честица прашине које се крећу дуж координатног радијуса r .

$M(r)$ -гравитациона маса унутар покретне сфере радијуса r

$t_B(r)$ -време великог праска за светске линије у тачки r

4. ФРИДМАН ЛЕМЕТР РОБЕРТСОН ВОКЕР МЕТРИКА (FLRW МЕТРИКА и ФРИДМАНОВЕ ЈЕДНАЧИНЕ)

Растојање у хомогеном и изотропном простор времену динамичког космоса се изражава Фридман Леметр Робертсон Вокер метриком (Alexandar Friedmann, Georges Lemaitre, Howard P. Robertson and Arthur Geoffrey Walker).

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right]$$

где је $a(t)$ космички фактор скалирања који зависи од времена и описује еволуцију васионе као и однос између две тачке у васиони.

Константа k описује закривљеност простора.

FLRW метрика описује изотропни космос као што се може видети не постоје чланови који су мешани тј. садрже и временске и просторне координате, тако да не постоји привилегован правац.

Пошто је метрика сферно симетрична описује хомоген космос.

У садашње време $a(t)$ се дефинише као 1. Ради једноставности ставићемо да је $a(t) \equiv a$. Ако је $k = 0$ и $a^2(t) = 1$ имамо обичну еуклидску метрику у сферним координатама, ако је $k > 0$ имамо затворен космос (запремински интеграл конвергира), ако је $k < 0$ имамо отворен космос (запремински интеграл дивергира).

Из FRLW метрик добијамо елементе метричког тензора који описује динамички космос. Када знамо елементе метричког тензора и тензора енергије и импулса можемо да напишемо Ајнштајнове једначине поља, које је добио и Фридман и Леметре независно

један од другог, и које се називају Фридманове једначине. Прва и друга Фридманова једначина:

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = -\frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} + \frac{8\pi G\rho}{3}$$
$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + 3\frac{p}{c^2}\right) + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

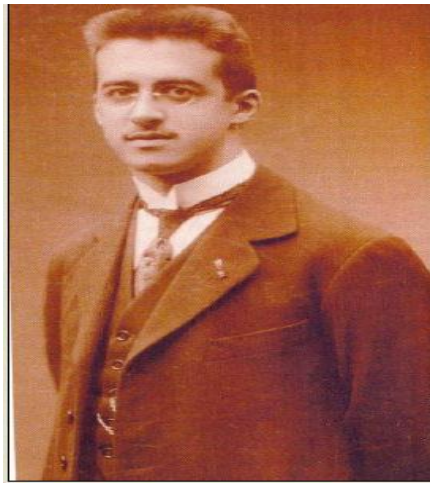
АЈНШТАЈН ЛЕМАТРЕ ДИСКУСИЈА (1932-1934)

Ајнштајн је разматрао хипотезу о приморадијалном атому која по њему почива на Хришћанској догми креације и потпуно не одговара физичком начину размишљања. Ајнштајн је одбацио космолошку константу, рекавши да је то његова највећа заблуда, док је Леметр рекао да је то Ајнштајново највеће откриће. Ајнштајн је подржао Леметра за Франки награду (1934).

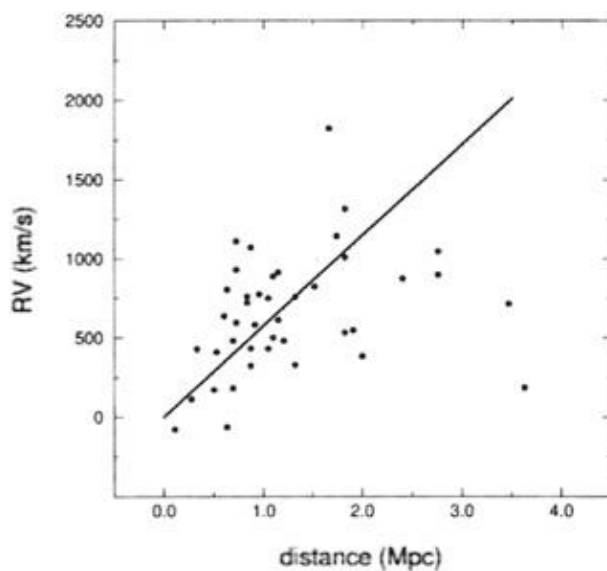
5. ХАБЛ ЛЕМЕТРОВ ЗАКОН

Међународна астрономска унија је 2018 у Бечу донела резолуцију којом се препоручује измена назива Хабловог закона у Хабл Леметров закон. Тиме би се одало признање не само Хаблу, већ и Леметру за њихов темељни допринос развоју космологије.

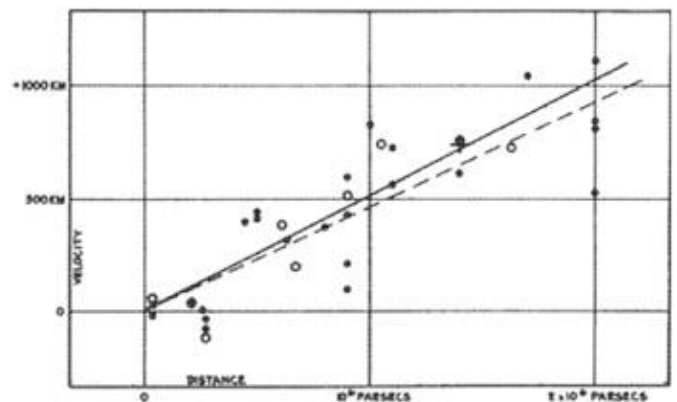
Жорж Леметр



Едвин Хабл



Леметре 1927, $H=575\text{km/s/Mpc}$



Хабл 1929, $H=530\text{km/s/Mpc}$

На овим графицима је показана зависност брзине удаљавања галаксија од њихове удаљености од посматрача (НАСА), тј. важења закона $v=Hr$. $Mpc=3,0857 \times 10^{22} m$. Закон гласи брзина удаљавање галаксије од нас је пропорционална удаљености те галаксије од нас. Што је галаксија даља од нас брзина удаљавања је већа. Овај закон ширења свемира је добио назив Хаблов закон, а од августа 2018 носи назив Хабл Леметр закон.

6. КОСМОЛОШКИ МОДЕЛИ

Ајнштајн је дао први космолошки модел 1917 године, а исте године де Ситер (de Sitter).

Ајнштајнов модел добијамо из Фридманових једначина ако узмемо да је:

Кривина $k = +1$

Материја $\rho = constanta$

Притисак $p = 0$

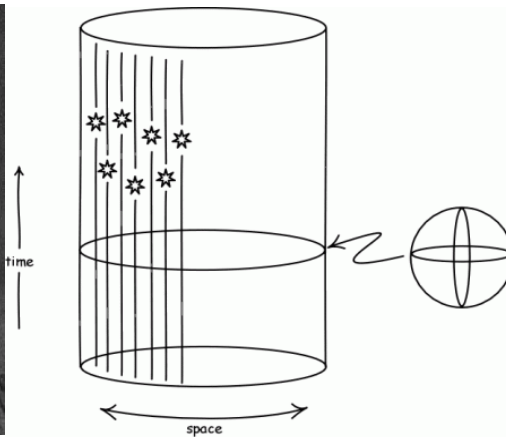
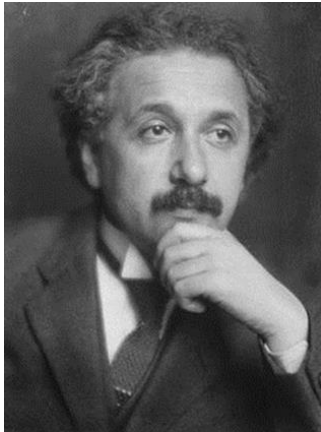
Статички модел $\dot{a} = \ddot{a} = 0$

Једначине добијају следећи облик:

$$0 = -\frac{c^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} + \frac{8\pi G\rho}{3}$$

$$0 = -\frac{4\pi G\rho}{3} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

$$\Lambda = \frac{4\pi G}{c^2} \rho = \frac{1}{a^2} = \frac{k_1 \rho}{2}, \text{ где је } k_1 = \frac{8\pi G}{c^2} \text{ Ајнштајнова константа}$$



Алберт Ајнштајн

Изглед Ајнштајновог свемира је као цилиндар на чијој површини се налазе звезде које одржавају константно растојање. Цилиндрична диимензија је периодична. У неком тренутку t имамо просторни пресек који се јавља у облику круга, док би се тај круг у три димензионалном простору репрезентовао као лопта.

Де Ситер модел добијамо из Фридманових једначина ако узмемо да је:

$$\text{Кривина } k = +1$$

Материја $\rho = 0$ празан простор

Статички модел $\dot{a} = \ddot{a} = 0$

Једначине добијају следећи облик:

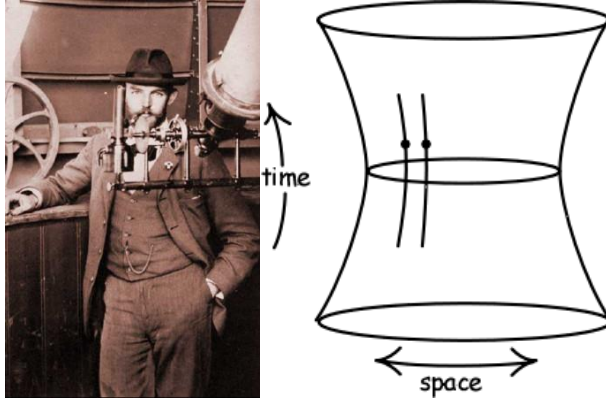
$$0 = -\frac{c^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

$$0 = -\frac{4\pi G}{3} \left(3 \frac{p}{c^2} \right) + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

$$\Lambda = \frac{3}{a^2}, p = \frac{2}{k_2 a^2}, \text{ где је } k_2 =$$

$\frac{8\pi G}{c^4}$ Ајнштајнова гравитациона константа. У овом моделу

космичка константа доводи до убрзаног одвајања од светске линије.



Willem de Sitter (1872-1934)

У неком тренутку t имамо просторни пресек који се јавља у облику елипсе и простор је празан тј. густина је нула. У одсуству материје и гравитације једино космолошка константа може да одреди кривину простора кроз релацију $\Lambda = 3/a^2$. Последица тога је, да и ако је простор статичан ($a = \text{const}$), просторно растојање између две пробне честице (звезда, галаксија) се временом повећава. Ово значи да космолошка константа утиче на простор, тј. генерише кретање без материје. За Ајнштајна је де Ситерово решење лепа математичка игра, јер у космосу заиста постоји маса. Де Ситеров простор-време се шири мада нема материје у њему. Ово је последица космолошке константе.

Фридман је израчунао прва динамичка решења космолошких једначина 1922 године:

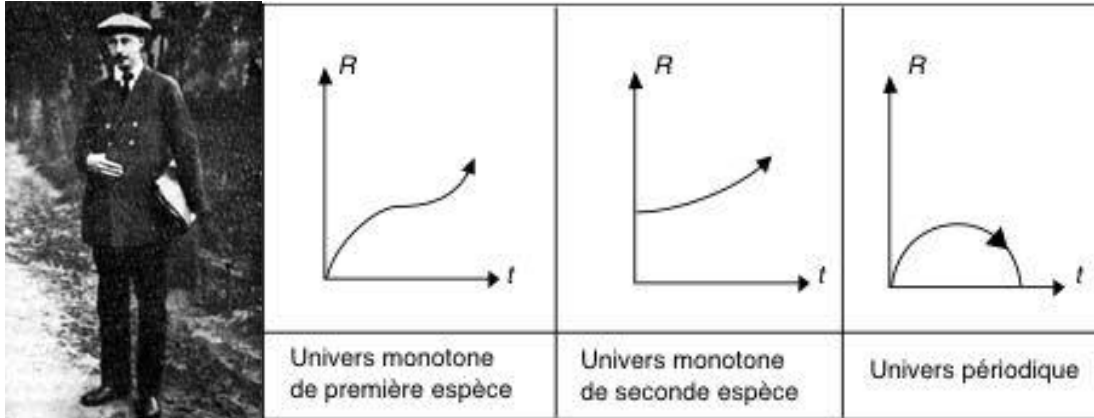
Кривина $k = +1$

Материја $\rho = \rho(t)$

Притисак $p = 0$

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = -\frac{c^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} + \frac{8\pi G\rho}{3}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda c^2}{3}$$



Дата су три динамичка решења из Фридмановог рада 1922, која зависе од космолошке константе. Модел скроз десно се зове периодичан тј. модел ширења и скупљања космоса.

У свом раду из 1922 дао је могућност космоса са константном кривином, и да просторне координате зависе од времена. Предложио је простор са позитивном кривином (хиперсфера), густину материје која се мења са временом, и занемарио је космолошки садржај. Добио је добро познати модел затвореног космоса са динамиком ширења и скупљања. Фридман је такође израчунао решења са не нултом космолошком константом, али треба истаћи да је тај члан сувишан. Насупрот званичном мишљењу Фридманов рад није био чисто математички, али он је био почаствован да препозна да доступна астрономска посматрања не би могла да подрже његов модел, тј. наше информације су недовољне да се ураде нумеричка израчунавања и да се утврди какав је космос. Ако узмемо да је космолошка константа нула и да је соларна маса 5×10^{21} период космоса постаје 10 милијарди година. Данашње процене космоса су 14 милијарди година.

Фридман је израчунао динамичка решења космолошких једначина 1924 за негативну кривину:

Кривина $k = -1$

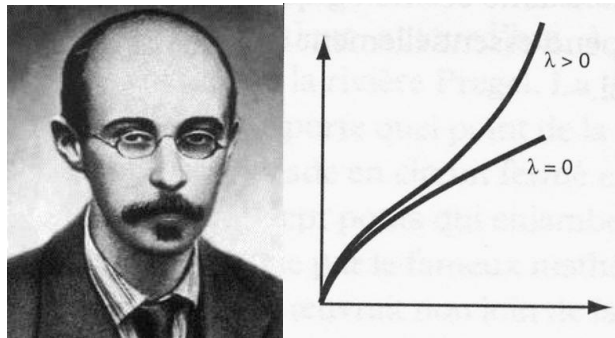
Материја $\rho = \rho(t)$

Притисак $p = 0$

Космолошка константа $\Lambda = 0$ или $\Lambda > 0$

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = \frac{c^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} + \frac{8\pi G\rho}{3}$$

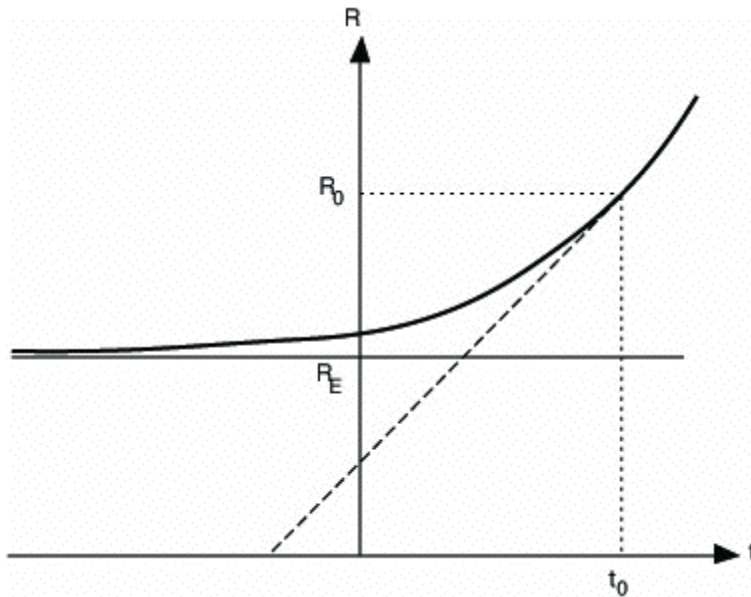
$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda c^2}{3}$$



1924 је разматрао могућност постојања света са негативном константом кривине, густином која се мења са временом и израчунао отворени модел космоса тј, са динамиком вечитог ширења. На слици су приказане две криве једна је када је космолошка константа нула, а друга када је космолошка константа различита од нуле.

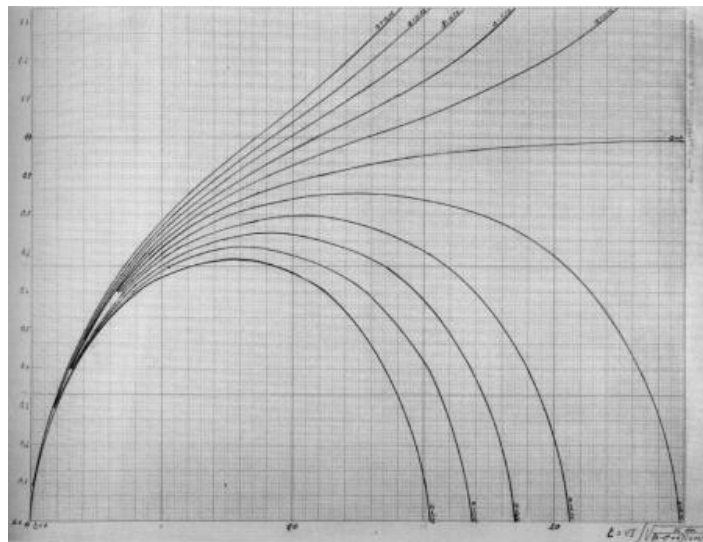
7. ЛЕМЕТР КОСМОЛОШКИ МОДЕЛ

1927 Леметр је израчунао егзактно решење Ајнштајнових једначина под следећим условима, са позитивном кривином ($k=1$), густина и притисак зависе од времена и космолошка константа је различита од нуле, које је објавио у Француском часопису *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*. Добио је модел са вечитим убрзаним ширењем у којем је узета вредност космолошке константе таква да се радијус хиперсфере $R(t)$ константно повећава од почетног радијуса Ајнштајнове статичне хиперсфере R_E у $t = -\infty$. У овом решењу није било сингуларитета у прошлости, нити старосни проблем (age problem). На основу овог решења дошло је до реинтерпретације црвеног помака као последица ширења космоса, уместо реалног кретања галаксија, тј. космос се константно шири и као последицу има повећање растојања између галаксија. Ова идеја је најзначајније откриће 20 века.



Леметр универзални модел из 1927, касније назван Едингтон Леметр модел. Радијус R_E статичне Ајнштајнове хиперсфере се достиже у $t = -\infty$. Почетак космичког времена је произвољно, модел не поставља проблем старости.

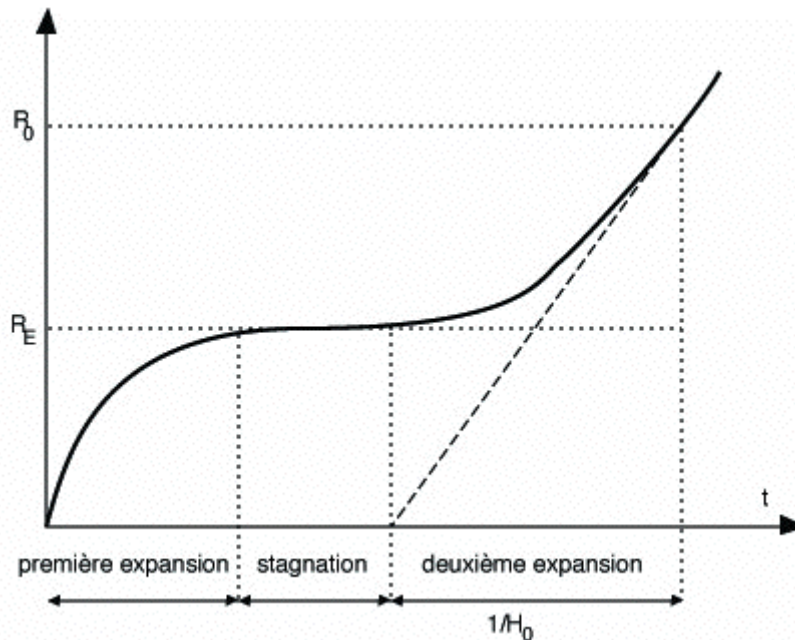
Ајнштајнов коментар на рад је био да су рачуни исправни, али његов поглед на физику је одвратан. Леметар је на основу астрономских података установио линеарну зависност брзине удаљавања звезда од растојања до тих звезда.



Руком цртан график Леметра 1927 године али није публикован све до 1998 године. Приказује временску еволуцију радијуса универзума за различите вредности космолошке константе означене на слици као (a) . Сви модели почињу у сингуларитету $(x = 0, t = 0)$. За довољно велику космолошку константу, универзум постаје отворен. Већина касније добијених космолошких података су компатибилни са Леметровим решењенима позитивне кривине и убрзаног ширења (горње криве).

Исте године када је његов претходни рад почео да буде прихваћен од стране научне заједнице Леметр је поставио следеће питање: Ако се свемир шири у садашњем трнутку, да ли је у прошлости могао да буде исте величине и густине као у садашњости. 1931 Леметр прави нови модел са следећи условима: позитивном кривином ($k=1$ елиптичка топологија), густина и притисак зависе од времена и космолошка константа таква да космос креће из сингуларитета. Универзум се прво шири, затим пролази кроз фазу стагнације за то време радијус је једнак Ајнштајновом статичком радијусу, а затим почиње поново да се убрзано шири. Овај колебајући модел је решио проблем старости и условио довољно времена за формирање галаксија „*I am led to come around to a solution of the equation by Friedmann where the radius of space starts from zero with an infinite speed, slows and passes by the unstable equilibrium before expanding once again at accelerated speed. It is this period of slowing which seems to me to have played one of the most important roles in the formation of the galaxies and stars. It is obviously essentially connected to the cosmological constant* „, Леметр је увео револуционарни концепт Праисконског Атома тј. у далекој прошлости универзум мора да је био кондензован у један ентитет који је сматран као квант чисте енергије. Он је поетски описао

рађање свемира: „Праисконски атом се распао у делове, а сваки део у још мање делове. Еволуција света се може упоредити са ватрометом који се управо завршио: неколико малих црвених праменова, пепео и дим. Стојећи на охлађеном пепелу, видимо споро изумирање сунаца и покушава да нас подсети на ишчезавајући сјај почетка света,,.



Леметр модел из 1931 ширења универзума са великим праском, фаза стагнације и фаза убрзаног ширења.

5. ЛИТЕРАТУРА

[1] Жорж Леметр, Википедија

[2] Lemaitre coordinates , wikipedia

[3] Lemaitre Tolman metric, Wikipedia, Spherically symmetrical models in general relativity, H. Bondi, Royal Astronomical Society, 1947.

[4] FRLW metric and Friedmann equations, Wikipedia, A. Friedmann, Zeitschrift für Physik 10, 377-386 (1922), A. Friedmann, General Relativity, Vol. 31, No 12, 1999 translated on english original work A. Friedmann, Zeitschrift für Physik 21, 326-332 (1924).

[5] Hubble-Lemaître law, General Relativity and Gravitation (2013) 45:1619–1633, DOI 10.1007/s10714-013-1547-4

[6] Cosmological Models, The Rise of Big Bang Models (Static Solutions and Dynamical Solution of Friedmann) the blog of Jean Pierre Luminet, Observatoire de Paris (LUTH).

[7] Lemaître Cosmological Models, The Rise of Big Bang Models Lemaître, the blog of Jean Pierre Luminet, General Relativity and Gravitation (2013) 45:1619–1646, General Relativity and Gravitation 43(10) (2011) p. 2911–2928